

Определение характеристик многолучевых каналов связи с помощью метода подпространств

Выполнил: студент 2 курса магистратуры
гр. ФРМ-502-0-07 Кузнецов В.А.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент
кафедры ЭФР Болецкая Т.К.

Цель работы

- Целью настоящей работы является определение временных задержек и коэффициентов ослабления многолучевого канала связи с помощью метода подпространств.

Задачи

1. Изучить алгоритмы MUSIC (MUltiple Signal Classification) и ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) определения направлений прихода сигналов, основанные на методе подпространств.
2. Изучить методы определения характеристик многолучевых каналов связи, использующие метод подпространств.
3. Написать программу, определяющую временные задержки и коэффициенты ослабления многолучевого канала.

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{m=1}^{N_{sym}} \mathbf{b}[m] g(t - (m-1)T) \quad (1)$$

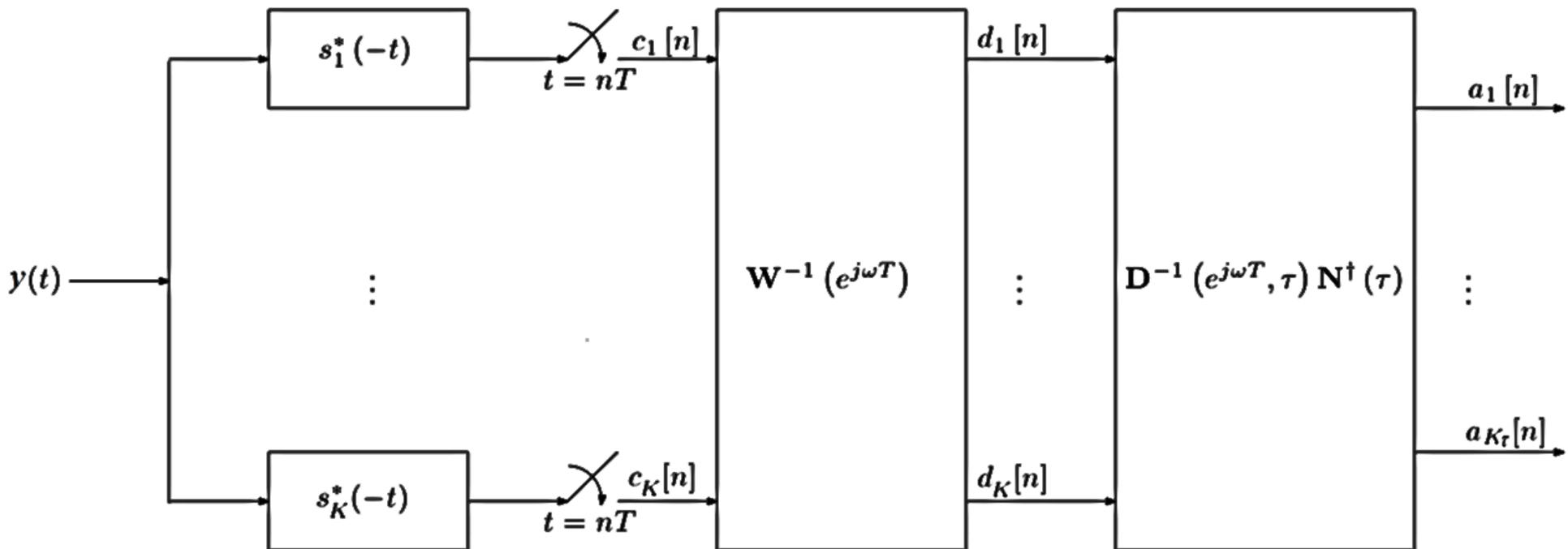
$$g(t) = \begin{cases} \mathbf{1}, & -\gamma T \leq t \leq \gamma T, \\ \mathbf{0}, & t < -\gamma T, \quad t > \gamma T, \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{0} < \gamma < \mathbf{1}$$

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{k=1}^{K_\tau} \sum_{m=1}^{N_{sym}} \mathbf{b}[m] \mathbf{a}_k[m] g(t - \tau_k - (m-1)T) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

$$(m-1)T < t < mT$$

Схема определения характеристик многолучевого канала



$$K \geq K_\tau$$

K / T – скорость выборки

$$\Omega = [0; 2\pi K / T]$$

$$\vec{c}(e^{j\omega T}) = W(e^{j\omega T}) N(\tau) \vec{b}(e^{j\omega T}) \quad (4)$$

$$W_{mm}(e^{j\omega T}) = \frac{1}{T} G\left(\omega + \frac{2\pi}{T}(m-1)\right) \quad (5)$$

$$N_{mk}(\tau) = e^{-j\frac{2\pi}{T}(m-1)\tau_k} \quad (6)$$

$$\vec{c}(e^{j\omega T}) = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1(e^{j\omega T}) \\ \vdots \\ \mathbf{C}_K(e^{j\omega T}) \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\vec{b}(e^{j\omega T}) = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1(e^{j\omega T}) \\ \vdots \\ \mathbf{B}_K(e^{j\omega T}) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{B}_k \left(e^{j\omega T} \right) = e^{-j\omega\tau_k} \mathbf{A}_k \left(e^{j\omega T} \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{A}_k \left(e^{j\omega T} \right) = \sum_{m=1}^{N_{sym}} \mathbf{a}_k [m] e^{-j\omega m T} \quad (10)$$

$$G(\omega) = T$$

$$\vec{\mathbf{c}} [n] = N(\tau) \vec{\mathbf{b}} [n] \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_{cc} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \vec{\mathbf{c}} [n] \vec{\mathbf{c}}^H [n] \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_{cc} = \mathbf{U} \mathbf{V} \mathbf{W} \quad (13)$$

$$\mathbf{E} \quad \mathbf{E}_{\downarrow} \quad \mathbf{E}_{\uparrow}$$

$$\Phi = \mathbf{E}_{\downarrow}^H \mathbf{E}_{\uparrow} \quad (14)$$

$$\tau_k = -\frac{T}{2\pi} \arg(\lambda_k) \quad (15)$$

Сглаженная корреляционная матрица

$$\bar{\mathbf{R}}_{cc} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{n \in \mathbb{Z}} \vec{\mathbf{c}}_m[n] \vec{\mathbf{c}}_m^H[n] \quad (16)$$

$$\vec{\mathbf{c}}_m[n] = [\vec{\mathbf{c}}_m[n] \quad \vec{\mathbf{c}}_{m+1}[n] \quad \dots \quad \vec{\mathbf{c}}_{m+M}[n]]^T \quad (17)$$

$$M = \frac{K}{2}$$

Определение временных задержек

$$N_{sym} = 100$$

$$T = 1$$

$$a_k [m]$$

$$\gamma = T / 256$$

$$K_\tau = 4$$

$$K = 5$$

$$\Delta t = T / 2048 \quad \text{ОСШ} = 15 \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

Заданные задержки, сек	0,2200	0,4200	0,5800	0,7800
Измеренные задержки, сек	0,2194	0,4206	0,5805	0,7800

Зависимость MSE от ОСШ.

$$N_{sym} = 100$$

$$a_k [m]$$

$$K_\tau = 2$$

$$K = 4$$

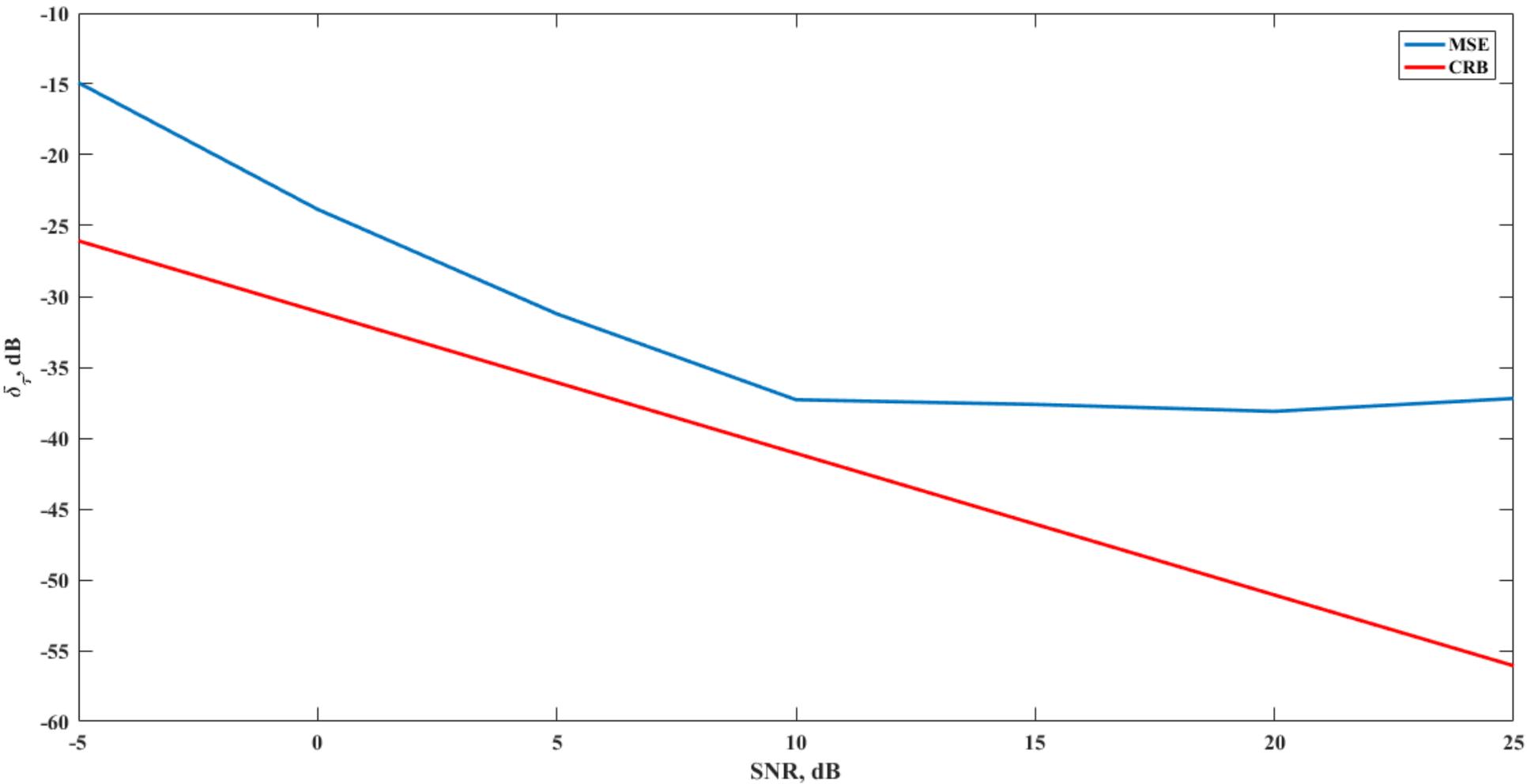
$$T = 1$$

$$\text{ОСШ} = (-5; 25) \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

$$MSE = 10 \lg \left(\frac{1}{K_\tau} \sum_{k=1}^{K_\tau} \left(\frac{\hat{\tau}_k - \tau_k}{\max(\tau)} \right)^2 \right) \quad (18)$$

Зависимость MSE от ОСШ.



Определение коэффициентов ослабления

$$\vec{\mathbf{a}}\left(e^{j\omega T}\right) = \mathbf{D}^{-1}\left(e^{j\omega T}, \tau\right) \mathbf{N}^\dagger(\tau) \vec{\mathbf{c}}\left(e^{j\omega T}\right) \quad (19)$$

$$\mathbf{D}_{kk} = e^{-j\omega\tau_k}$$

$$N_{sym} = 100 \quad a_k [m]$$

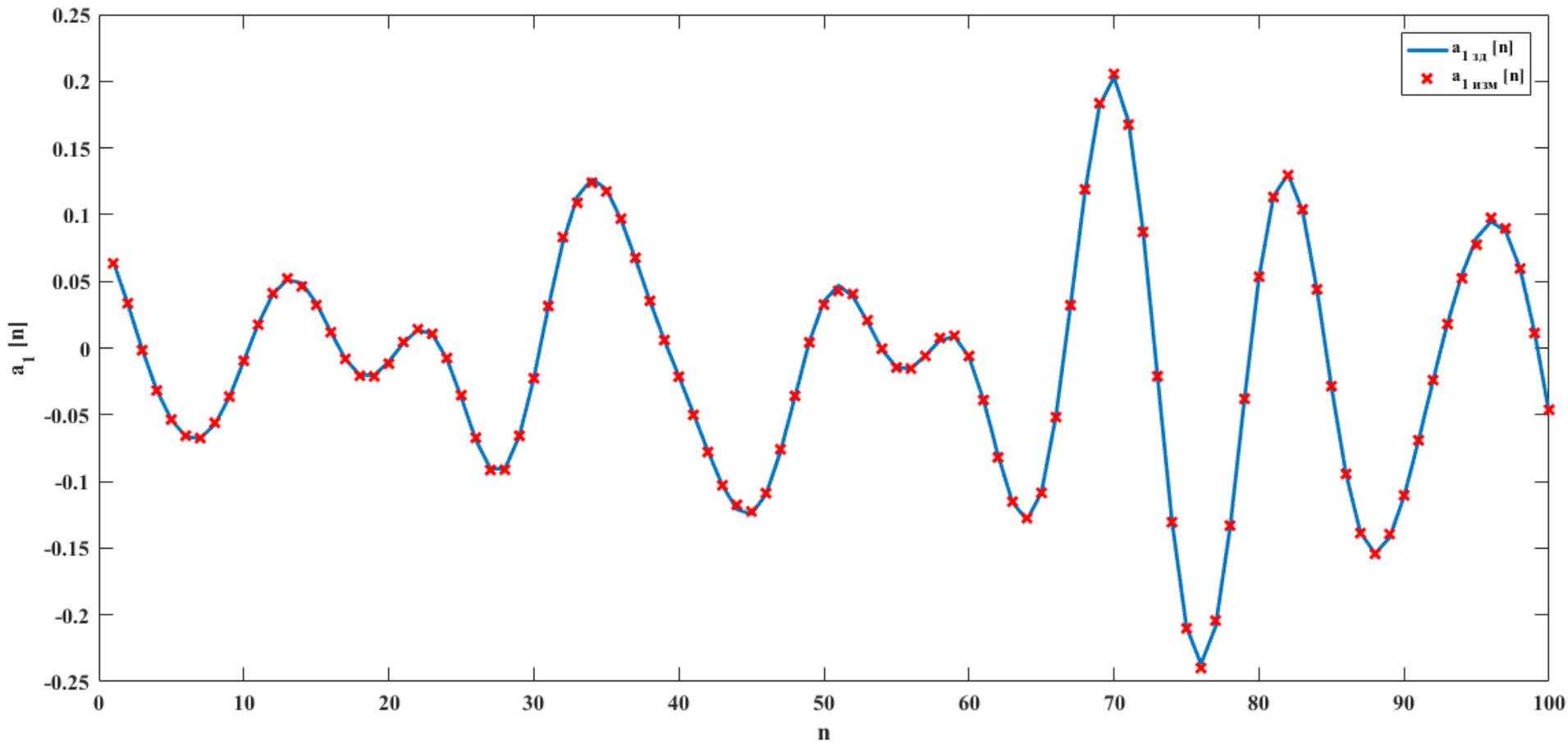
$$T = 1 \quad K_\tau = 4$$

$$\gamma = T / 256 \quad K = 5$$

$$\Delta t = T / 2048 \quad \text{ОСШ} = 15 \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

Коэффициент ослабления в первом канале



Определение временных задержек

$$N_{sym} = 100$$

$$T = 1$$

$$a_k [m]$$

$$\gamma = T / 256$$

$$K_\tau = 4$$

$$K = 8$$

$$\Delta t = T / 2048 \quad \text{ОСШ} = 15 \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

Заданные задержки, сек	0,2200	0,4200	0,5800	0,7800
Измеренные задержки, сек	0,2199	0,4199	0,5800	0,7804

Зависимость MSE от ОСШ.

$$N_{sym} = 100$$

$$a_k [m]$$

$$K_\tau = 2$$

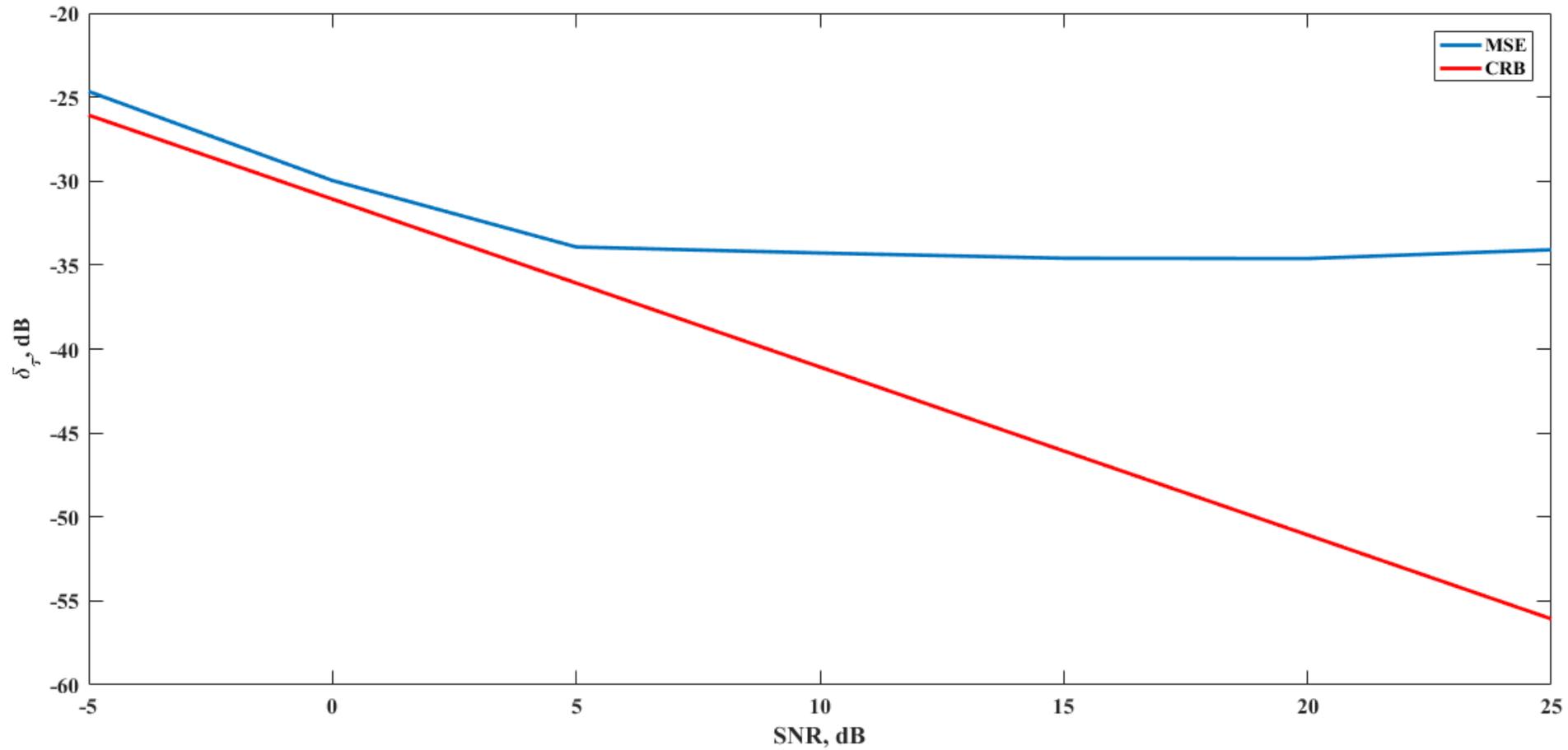
$$K = 4$$

$$T = 1$$

$$\text{ОСШ} = (-5; 25) \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

Зависимость MSE от ОСШ.



Расчеты

$$N_{sym} = 100$$

$$a_k [m]$$

$$T = 1$$

$$K_\tau = 4$$

$$\gamma = T / 256$$

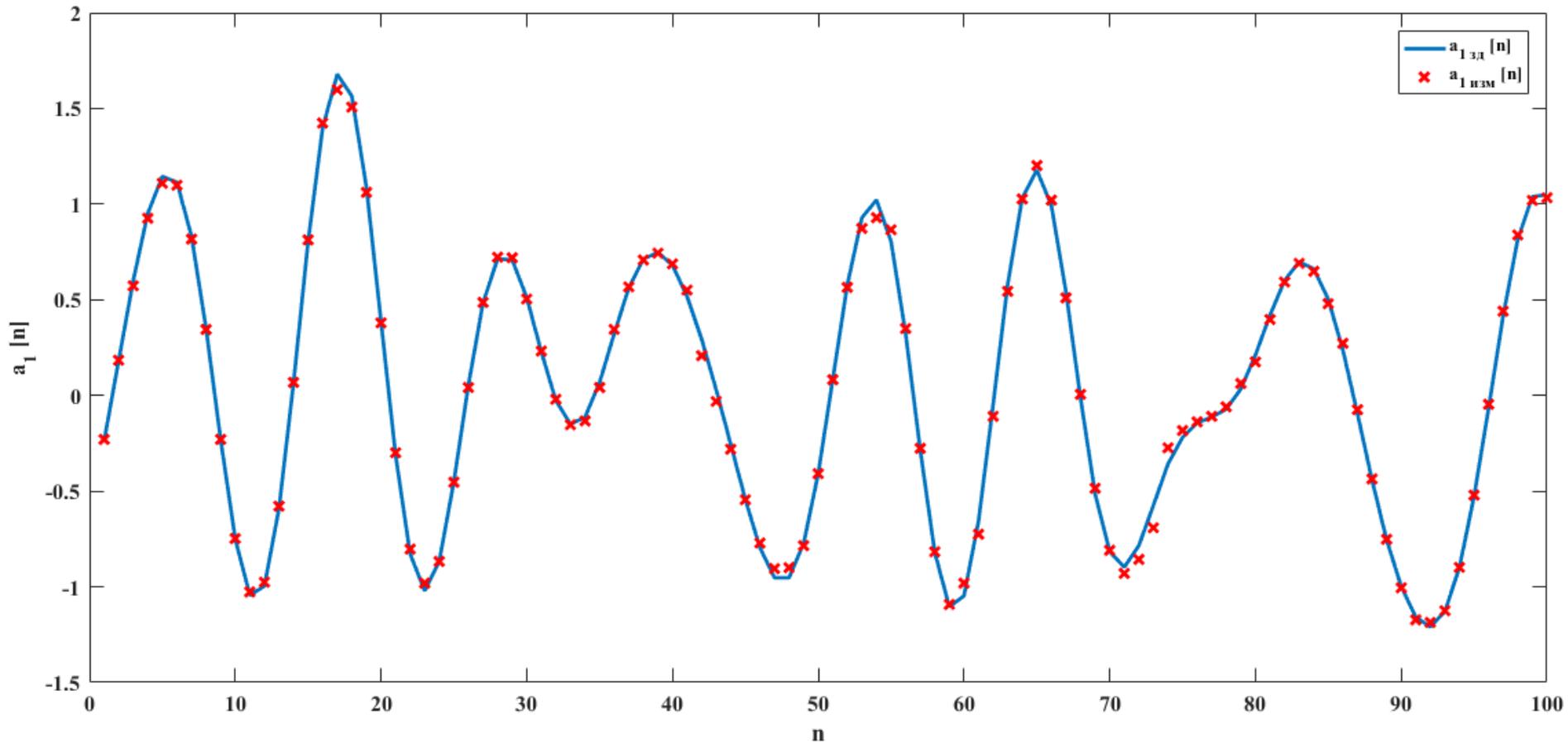
$$K = 8$$

$$\Delta t = T / 2048$$

$$\text{ОСШ} = 15 \text{ дБ}$$

1000 экспериментов

Коэффициент ослабления в первом канале



Определение временных задержек.

$$\mathbf{R_{cc} : \max \Pi\Gamma = 0,3 \%}$$

$$\mathbf{\bar{R}_{cc} : \max \Pi\Gamma = 0,05 \%}$$

Заключение

- В дальнейшем использованный в данной работе метод предполагается использовать для определения характеристик каналов, не являющихся каналами с малым уширением.

Список литературы

- **Bajwa W. U.** Identification of parametric underspread linear systems and super-resolution radar / W. U. Bajwa, K. Gedalyahu, Y. C. Eldar, IEEE Trans. Sign. Proc., June 2011
- **Kailath T.** ESPRIT – estimation of signal parameters via rotational invariance techniques/ T. Kailath, R. Richard, IEEE Transactions on acoustics, speech and signal processing, vol. 37, No. 7, July 1989
- **Воеводин В. В.** Матрицы и вычисления/ Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А. – М: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984 – 320 с.

Список литературы

- **Gedalyahu K.** Time delay estimation from low rate samples: a union of subspaces approach/ K. Gedalyahu, Yonina C. Eldar, IEEE Transaction on signal processing, vol. 58, No. 6, June 2010
- **Stoica P.** Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound/ P. Stoica, Nehorai Arye, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 37, no 5, May 1989.
- **Schmidt R. O.** Multiple emitter location and signal parameter estimation / R. O. Schmidt, IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. AP-34, No. 3, March 1986.